

Relações entre elementos de um triângulo

1. Diz, justificando, se é possível construir um triângulo $[ABC]$ tal que:

$$\overline{AB} = 2\text{cm}, \quad \overline{AC} = 6\text{cm} \quad e \quad \overline{BC} = 7\text{cm}$$

Pela desigualdade triangular

Relação entre as medidas dos comprimentos dos três lados do triângulo $[ABC]$:

$$7 < 6 + 2 ; \quad 7 < 8$$

$$6 < 7 + 2 ; \quad 6 < 9$$

$$2 < 7 + 6 ; \quad 2 < 13$$

Num triângulo, o comprimento de qualquer lado é menor que a soma dos outros dois lados.

$$7 > 6 - 2 ; \quad 7 > 4$$

$$6 > 7 - 2 ; \quad 6 > 5$$

$$2 > 7 - 6 ; \quad 2 > 1$$

Num triângulo, o comprimento de qualquer lado é maior que a diferença dos outros dois lados.

Sim, é possível construir um triângulo $[ABC]$ porque os lados do triângulo $[ABC]$ obedecem à desigualdade triangular.

2. As medidas de dois dos lados de um triângulo são 15 e 20.

Dá exemplo de uma medida que:

- a) possa corresponder ao outro lado.

Por exemplo: 30

$$30 < 20 + 15 ; \quad 30 < 35$$

$$20 < 30 + 15 ; \quad 20 < 45$$

$$15 < 30 + 20 ; \quad 15 < 50$$

Num triângulo, o comprimento de qualquer lado é menor que a soma dos outros dois lados.

$$30 > 20 - 15 ; \quad 30 > 5$$

$$20 > 30 - 15 ; \quad 20 > 15$$

$$15 > 30 - 20 ; \quad 15 > 10$$

Num triângulo, o comprimento de qualquer lado é maior que a diferença dos outros dois lados.

As medidas dos lados 15, 20 e 30 obedecem à desigualdade triangular, logo é possível construir um triângulo.

b) não possa corresponder ao outro lado.

Por exemplo: 40

$$40 < 20 + 15 ; 40 < 35 \quad \text{Falso}$$

$$20 < 40 + 15 ; 20 < 55$$

$$15 < 40 + 20 ; 15 < 60$$

Num triângulo, o comprimento de qualquer lado é menor que a soma dos outros dois lados.

Não se verifica esta relação.

$$40 > 20 - 15 ; 40 > 5$$

$$20 > 40 - 15 ; 20 > 25 \quad \text{Falso}$$

$$15 > 40 - 20 ; 15 > 20 \quad \text{Falso}$$

Num triângulo, o comprimento de qualquer lado é maior que a diferença dos outros dois lados.

Não se verifica esta relação.

As medidas dos lados 15, 20 e 40 não obedecem à desigualdade triangular, logo não é possível construir um triângulo.

3. Em relação a um triângulo $[ABC]$, sabe-se que:

- $B\hat{A}C = 70^\circ$
- $C\hat{B}A = 60^\circ$

a) Determina o maior lado do triângulo.

O maior lado do triângulo é o lado oposto ao maior ângulo.

$$\text{Como } B\hat{A}C = 70^\circ \text{ e } C\hat{B}A = 60^\circ, \text{ tem-se que } A\hat{C}B = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$\angle BAC$ ou $\angle A$ é o maior ângulo do triângulo $[ABC]$.

Assim, o maior lado do triângulo é o lado oposto ao ângulo BAC , isto é, $[BC]$.

b) Determina o menor lado do triângulo.

O menor lado do triângulo é o lado oposto ao menor ângulo.

$$\text{Como } B\hat{A}C = 70^\circ \text{ e } C\hat{B}A = 60^\circ, \text{ tem-se que } A\hat{C}B = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$\angle ACB$ ou $\angle C$ é o menor ângulo do triângulo $[ABC]$.

Assim, o menor lado do triângulo é o lado oposto ao ângulo ACB , isto é, $[AB]$.

4. Sabe-se que, num triângulo $[ABC]$ as amplitudes dos ângulos internos de vértice A e de vértice B são:

- $\hat{A} = 80^\circ$
- $\hat{B} = 20^\circ$

a) Indica o menor lado do triângulo.

O menor lado do triângulo é o lado oposto ao menor ângulo.

Como $\hat{A} = 80^\circ$ e $\hat{B} = 20^\circ$, tem-se que $\hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

Assim, como o menor ângulo interno é o ângulo de vértice B , o menor lado é $[AC]$.

b) Indica o maior lado do triângulo.

O maior lado do triângulo é o lado oposto ao maior ângulo.

Como $\hat{A} = 80^\circ$ e $\hat{B} = 20^\circ$, tem-se que $\hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

Os maiores ângulos internos são iguais e têm uma amplitude de 80° . São os ângulos de vértice A e de vértice C . Assim, os maiores lados são $[BC]$ e $[BA]$.

c) Classifica o triângulo quanto aos ângulos e quanto aos lados.

Como num triângulo a ângulos iguais opõem-se lados iguais, tem-se que $\overline{BC} = \overline{BA}$.

O triângulo $[ABC]$:

- é acutângulo (quanto aos ângulos - tem três ângulos agudos $20^\circ, 80^\circ$ e 80°);
- é isósceles (quanto aos lados - tem dois lados iguais).