Ficha informativa 4 3.º período

Data: ___ / ___ / 2020 4 páginas

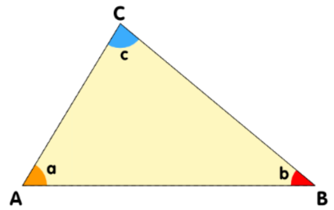
Nome: Ano/Turma: N.º

Triângulos. Ângulos externos

- Ângulos internos e externos de um triângulo (Recorda)
- Identificação dos catetos e hipotenusa de um triângulo retângulo (Recorda)
- Relação entre os ângulos de um triângulo
  - ✓ entre um ângulo interno e o seu ângulo externo adjacente associado ao mesmo vértice
  - ✓ entre a soma das amplitudes dos ângulos internos
  - ✓ entre a amplitude de cada um dos ângulos externos e as amplitudes dos ângulos internos não adjacentes
  - ✓ entre a soma das amplitudes dos três ângulos externos com vértices distintos

Ângulos internos e externos de um triângulo (Recorda)

- **Ângulos internos de um triângulo**



Na figura está representado o triângulo $[ABC]$.

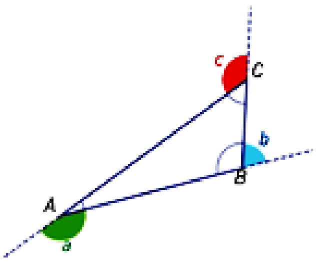
O **ângulo** $\boldsymbol{a}$ ou **ângulo** $\boldsymbol{BAC}$, cujos lados são as semirretas $\dot{A}B$ e $\dot{A}C$, é um **ângulo interno** do triângulo $[ABC]$.

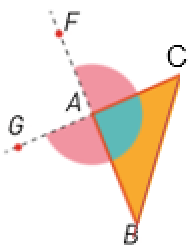
Cada vértice do triângulo é vértice de um ângulo interno desse triângulo.

Logo, o triângulo tem:

- três lados - $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$
- três vértices - A, B, C
- três ângulos internos - $\angle\, a\ ou\ \angle BAC$, $\angle\, b\ ou\ \angle C\boldsymbol{B}A$, $\angle\, c\ ou \angle A\boldsymbol{C}B$

- **Ângulos externos de um triângulo**





Na figura está representado o triângulo $[ABC]$.

O **ângulo** $\boldsymbol{a}$ é um **ângulo externo** do triângulo $[ABC]$.

Cada vértice do triângulo é vértice de dois ângulos externos desse triângulo.

Logo, o triângulo tem:

- três lados - $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$
- três vértices - A, B, C
- três ângulos internos - $\angle BAC$, $\angle C\boldsymbol{B}A$, $\angle A\boldsymbol{C}B$
- **seis ângulos externos (dois por vértice) geometricamente iguais dois a dois (ângulos verticalmente opostos)**
- **três ângulos externos com vértices distintos** - $\angle\, a$, $\angle\, b$, $\angle\, c$

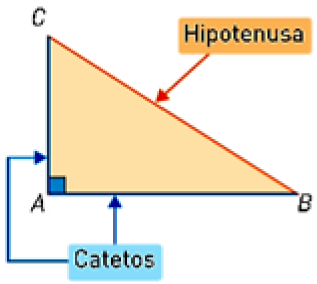
p.e. Os $\angle CAF$ e $\angle GAB$:

- ✓ são os **dois ângulos externos de vértice A**
- ✓ são ângulos suplementares e adjacentes ao ângulo interno A

Nota: *A designação "ângulo externo" refere-se apenas a um dos dois ângulos externos por vértice.*

Cada vértice do triângulo é vértice de um ângulo interno e de dois ângulos externos adjacentes desse triângulo.

Identificação dos catetos e hipotenusa de um triângulo retângulo (Recorda)



Num triângulo retângulo **os lados** do triângulo têm designações especiais.

O lado oposto ao ângulo reto chama-se **hipotenusa**.

Os outros dois lados, que formam o ângulo reto, chamam-se **catetos**.

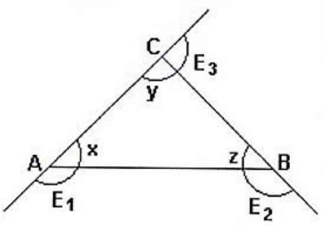
- $[AB]$ e $[AC]$ são os catetos
- $[BC]$ é a hipotenusa

Relações entre os ângulos de um triângulo

Já sabemos que num triângulo temos a considerar os **ângulos internos** e os **ângulos externos**.

Entre esses ângulos existem relações das quais vamos considerar quatro:

1. Entre um ângulo interno e o seu ângulo externo adjacente associado ao mesmo vértice



Na figura está representado o triângulo $[ABC]$.

Cada vértice do triângulo é vértice de um ângulo interno e de um ângulo externo adjacente desse triângulo.

Um triângulo tem:

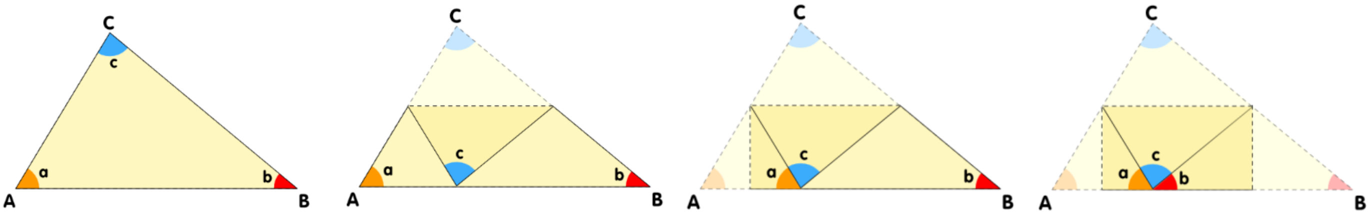
- três lados - $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$
- três vértices - A, B, C
- três ângulos internos - $\angle x \text{ ou } \angle BAC$, $\angle z \text{ ou } \angle CBA$, $\angle y \text{ ou } \angle ACB$
- **três ângulos externos com vértices distintos** - $\angle E_1$, $\angle E_2$, $\angle E_3$

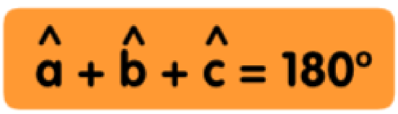
Então,

$\boldsymbol{x} + E_1 = 180^0$; $\boldsymbol{z} + E_2 = 180^0$ e $\boldsymbol{y} + E_3 = 180^0$.

> Num triângulo, um ângulo interno e o seu ângulo externo adjacente associado ao mesmo vértice são ângulos suplementares.

2. Entre a soma das amplitudes dos três ângulos internos.

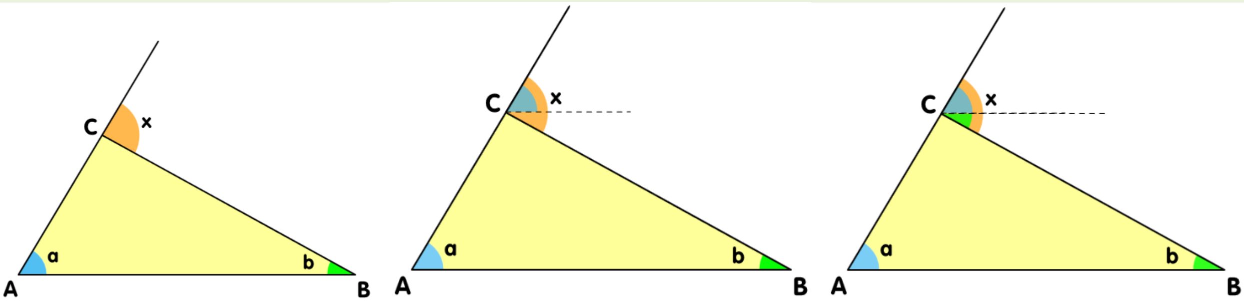




$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^o$

> Em qualquer triângulo $[ABC]$ a **soma das amplitudes dos ângulos internos** é um ângulo **raso**.

3. Entre a amplitude de cada um dos ângulos externos e as amplitudes dos ângulos internos não adjacentes

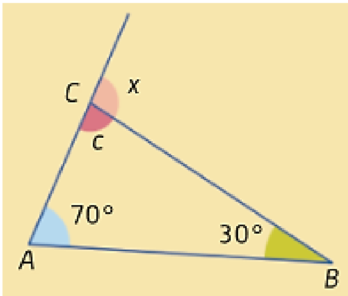


$$\hat{x} = \hat{a} + \hat{b}$$

Num triângulo $[ABC]$, a **amplitude de cada um dos ângulos externos** é igual **à soma das amplitudes dos ângulos internos que não lhe são adjacentes**.

Problema resolvido

1. Observa o triângulo $[ABC]$ e os dados representados na figura.



1.1. Determina a amplitude do ângulo interno de vértice C.

1.2. Determina x, amplitude do ângulo externo de vértice C.

Proposta de resolução

1.

1.1. O <u>**ângulo interno** $\boldsymbol{c}$</u> do triângulo $[ABC]$ associado ao **vértice** $\boldsymbol{C}$ tem amplitude:

$\hat{c} = 180^0 - (70^0 + 30^0) = 80^0$ ou $A\hat{C}B = 180^0 - (70^0 + 30^0) = 80^0$

(Porque em qualquer triângulo a soma dos ângulos internos é igual a um ângulo raso.)

1.2. O <u>**ângulo externo** $\boldsymbol{x}$</u> do triângulo $[ABC]$ associado ao **vértice** $\boldsymbol{C}$ tem amplitude:

$\hat{x} = 180^0 - 80^0 = 100^0$

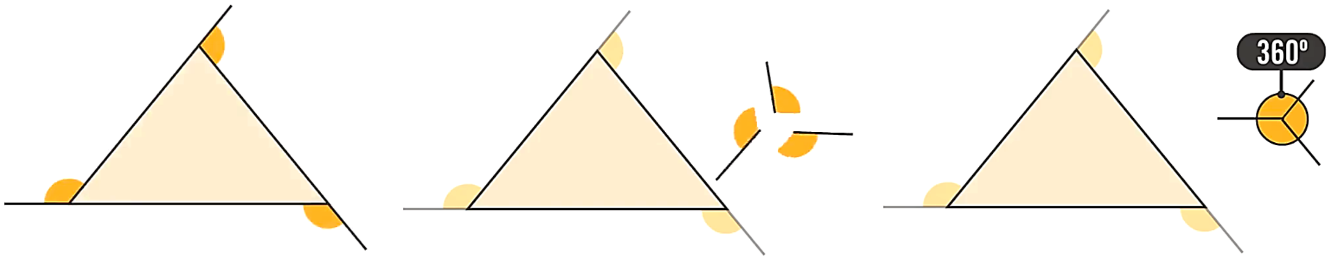
(Porque no triângulo $[ABC]$, o ângulo externo x e o seu ângulo interno adjacente c, associados ao mesmo vértice $\boldsymbol{C}$, são ângulos suplementares.)

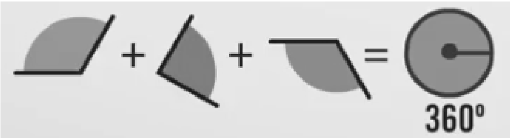
Então, verifica-se que:

$\boldsymbol{\hat{x} = 70^0 + 30^0 = 100^0}$

(A amplitude do ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes.)

4. Entre a soma das amplitudes dos três ângulos externos com vértices distintos

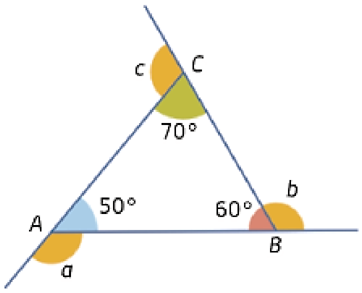




Num triângulo, a **soma de três ângulos externos** com vértices distintos é igual a um **ângulo giro**.

Problema resolvido

2. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$ e nele indicadas as amplitudes dos ângulos internos.



2.1. Determina a amplitude dos três ângulos externos a, b e c.

2.2. Determina a soma das amplitude dos três ângulos externos a, b e c.

Proposta de resolução

2.

2.1

Amplitude	Processo 1	Processo 2
do **ângulo externo a** associado ao **vértice A**	$\hat{a} = 180^0 - 50^0 = 130^0$	$\hat{a} = 60^0 + 70^0 = 130^0$
do **ângulo externo b** associado ao **vértice B**	$\hat{b} = 180^0 - 60^0 = 120^0$	$\hat{b} = 50^0 + 70^0 = 120^0$
do **ângulo externo c** associado ao **vértice C**	$\hat{c} = 180^0 - 70^0 = 110^0$	$\hat{a} = 50^0 + 60^0 = 110^0$
Justificação	*(Um ângulo externo e o seu ângulo interno adjacente, associados ao mesmo vértice, são ângulos suplementares.)*	*(A amplitude do ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes.)*

2.2 O $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 130^0 + 120^0 + 110^0 = 360^0$